

CHAPITRE

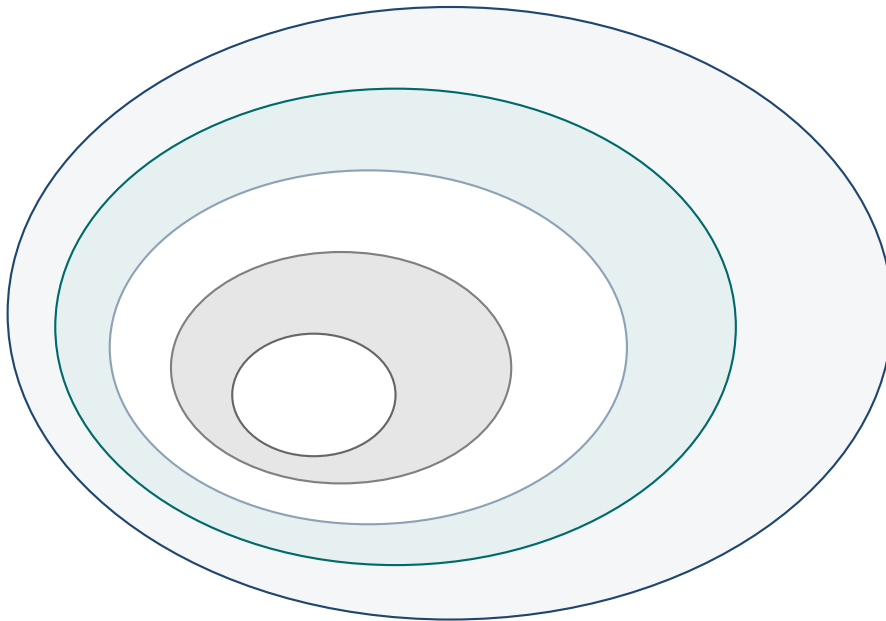
3

Les nombres réels

Ce qu'il faut retenir :

1/ Nombres réels

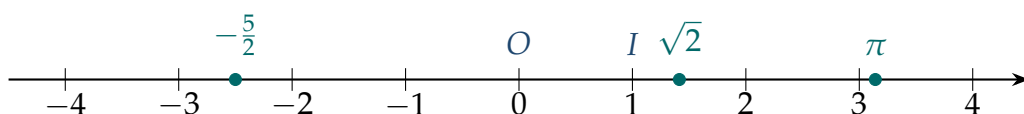
1.1) Rappel sur les ensembles de nombres



1.2) La droite numérique

Définition

À chaque point d'une droite graduée correspond un unique nombre appelé son **abscisse**. L'ensemble des abscisses de tous les points de la droite graduée est l'ensemble des **nombres réels** $\mathbb{R}$.



1.3) Rappels résolution d'équations

Propriété

Une égalité reste vraie lorsque l'on effectue les mêmes opérations sur ses deux membres :

- On peut **ajouter** ou **soustraire** un même nombre aux deux membres.
- On peut **multiplier** ou **diviser** par un même nombre **non nul** les deux membres.

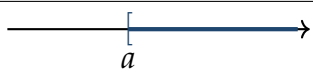
Méthode : Résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$

Exemple : Résoudre l'équation $5x - 7 = 2x + 8$.

2/ Intervalles de $\mathbb{R}$

Définition

Un **intervalle** est un ensemble de nombres réels correspondant à un segment, une demi-droite ou la droite entière sur la droite numérique.

Inégalités	Intervalle	Représentation sur la droite
$a \leq x \leq b$	$x \in [a; b]$	
$a < x \leq b$	$x \in]a; b]$	
$x \geq a$	$x \in [a; +\infty[$	
$x < b$	$x \in]-\infty; b[$	

Exemples : Traduire par un intervalle :

3/ Résolution d'une inéquation

Propriété

Les règles de résolution des inéquations sont les mêmes que pour les équations, à une **exception majeure** :

- On peut **ajouter** ou **soustraire** un même nombre aux deux membres sans changer le sens de l'inégalité.
- On peut **multiplier** ou **diviser** par un même nombre **strictement positif** sans changer le sens.
- **ATTENTION** : Lorsqu'on **multiplie** ou **divise** les deux membres par un nombre **strictement négatif**, on doit **changer le sens** de l'inégalité.

Méthode : Résoudre une inéquation du premier degré

Exemple : Résoudre l'inéquation $-2x + 7 \leq 3x - 8$.

Représentation sur la droite numérique et intervalle :



$S =$

4/ Valeur absolue et distance

4.1) Valeur absolue

Définition

La **valeur absolue** d'un nombre réel x , notée $|x|$, est la distance entre le point d'abscisse x et l'origine O (d'abscisse 0) sur la droite graduée.

Conséquence :

- Si $x \geq 0$, alors $|x| = x$.
- Si $x \leq 0$, alors $|x| = -x$.

Exemples :

4.2) Distance entre deux réels

Propriété

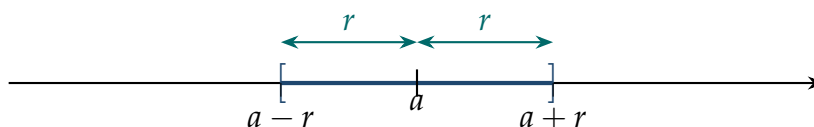
Sur une droite graduée, la **distance** entre deux points A et B d'abscisses respectives a et b est égale à $|a - b|$.

Exemple : Si $A(-3)$ et $B(4)$, la distance $AB = \dots\dots\dots$

4.3) Lien entre valeur absolue, distance et intervalle

Soit a et r deux nombres réels avec $r \geq 0$. Dire que la distance entre x et a est inférieure ou égale à r s'écrit mathématiquement :

$$|x - a| \leq r \iff x \in [a - r; a + r]$$



Exemple : Traduire l'inégalité $|x - 5| \leq 2$:

5/ Valeurs approchées, arrondi et encadrement

Encadrement et Amplitude

- **Encadrer** un nombre x , c'est trouver deux nombres a et b tels que $a \leq x \leq b$.
- La différence $b - a$ est appelée l'**amplitude** de l'encadrement.

Valeurs approchées et Arrondi

Soit un nombre x encadré par $a \leq x \leq b$ avec une amplitude d'une certaine puissance de 10 (ex : 10^{-1} , 10^{-2}).

- a est la **valeur approchée par défaut**.
- b est la **valeur approchée par excès**.
- L'**arrondi** de x est la valeur (par défaut ou par excès) qui est **la plus proche** de x .

Règle pratique pour arrondir

Pour arrondir un nombre à une certaine précision (par exemple au dixième), on regarde le chiffre situé juste après la coupure (le chiffre des centièmes) :

- Si ce chiffre est **0, 1, 2, 3 ou 4**, on garde le nombre coupé tel quel (*c'est la valeur par défaut*).
- Si ce chiffre est **5, 6, 7, 8 ou 9**, on augmente de 1 le dernier chiffre conservé (*c'est la valeur par excès*).

Exemple récapitulatif : Considérons le nombre $\frac{22}{7} \approx 3,142857...$

Précision	Valeur par défaut	Valeur par excès	Arrondi
À l'unité (10^0)	3	4	3 (car $1 < 5$)
Au dixième (10^{-1})	3,1	3,2	3,1 (car $4 < 5$)
Au centième (10^{-2})	3,14	3,15	3,14 (car $2 < 5$)
Au millièmme (10^{-3})	3,142	3,143	3,143 (car $8 \geq 5$)

À vous de jouer : Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} pour $x = 5,946$:

..... $\leq 5,946 \leq$

Son arrondi au centième est :