

CHAPITRE

2

Compléments sur les vecteurs

I/ Rappels de seconde

Définition

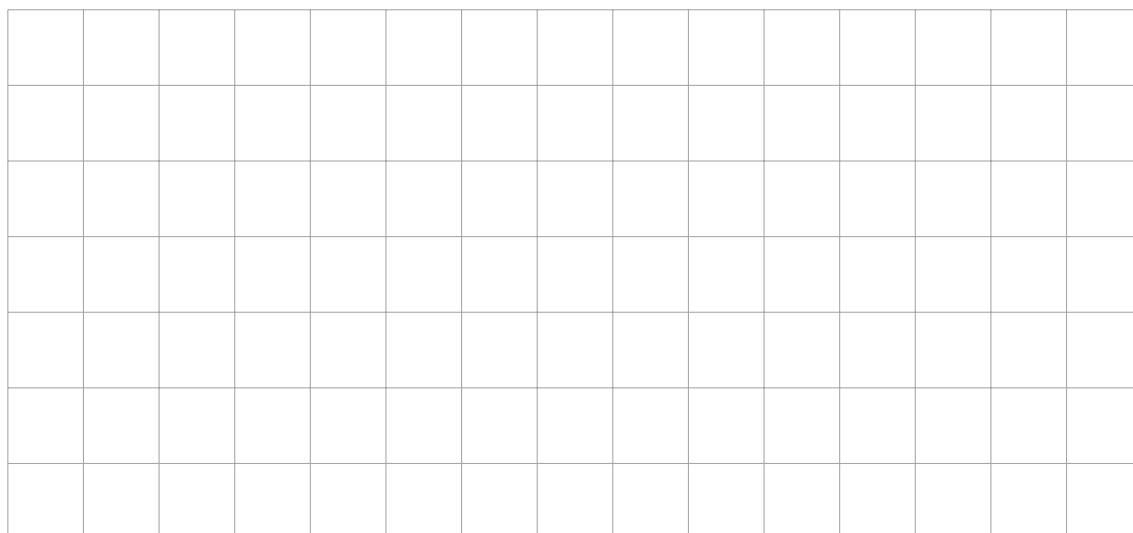
- La translation qui transforme un point M en un point M' est associée à un vecteur noté $\overrightarrow{MM'}$.
- Un vecteur non nul est caractérisé par trois éléments :
 - sa **direction** : la droite (MM') ;
 - son **sens** : de M vers M' ;
 - sa **norme** (ou longueur) : la distance MM' .
- Le vecteur associé à la translation qui transforme un point M en lui-même est le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$.

Définition

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **égaux** s'ils ont la même direction, le même sens et la même norme.

Propriété

Dire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ équivaut à dire que le quadrilatère $ABDC$ (non croisé) est un **parallélogramme**.



Propriété : Relation de Chasles

Pour tous points A, B et C du plan :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Propriété : caractérisation vectorielle du milieu d'un segment

Soit trois points A, I , et B . Les trois affirmations suivantes sont équivalentes :

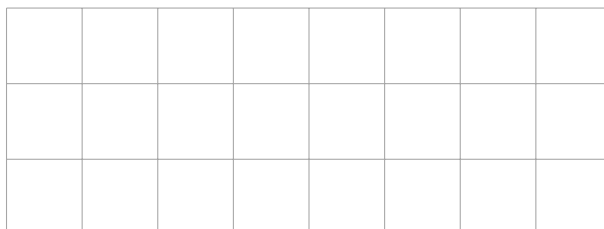
- I milieu de $[AB]$
- $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
- $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Définition

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls, on dit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel λ tel que $\vec{v} = \lambda \times \vec{u}$.

Propriété

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires si et seulement si (AB) est parallèle à (CD) .

**II/ Base et repère du plan****Définition**

Une **base** du plan est formée de deux vecteurs $(\vec{i}, \vec{j})$ non colinéaires.

Propriété

Soit $(\vec{i}, \vec{j})$ une base du plan.

Pour tout vecteur $\vec{w}$ du plan, il existe un unique couple de réels $(x; y)$ tels que

$$\vec{w} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Définition

Soit O un point du plan, et $(\vec{i}, \vec{j})$ une base du plan.
On dit que $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un **repère du plan**.

Propriété

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.
Pour tout point M du plan, il existe un unique couple $(x; y)$ de réels tels que

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

On note $M(x; y)$.

Les réels x, y sont appelés **abscisse**, **ordonnée** du point M et sont les **coordonnées** du point M .

Propriétés sur les coordonnées

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.

- Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} d \\ e \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan et $\lambda \in \mathbb{R}$,
 $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} a + d \\ b + e \end{pmatrix}$ et $\lambda\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} \lambda \times a \\ \lambda \times b \end{pmatrix}$.
- Soit $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ deux points du plan.
 - $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$
 - le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées $I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$
 - $AB = \left\| \overrightarrow{AB} \right\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

III/ Colinéarité de vecteurs et coordonnées**Définition**

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan.

Le nombre $xy' - x'y$ est appelé déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, il est noté $\det(\vec{u}, \vec{v})$.

Propriété

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.