

CHAPITRE

1

Polynômes du second degré

Forme développée, factorisée, canonique

1/ Fonction polynôme de degré 2

Définition

On appelle fonction polynôme de degré 2 ou fonction trinôme toute fonction définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme : $f(x) = ax^2 + bx + c$ où les coefficients a , b et c sont des nombres réels avec $a \neq 0$. Cette écriture est la forme développée de f . Elle est unique.

Exemples :

2/ Racine d'un polynôme

Définition

On appelle une racine d'un polynôme f un nombre réel x_0 tel que $f(x_0) = 0$.

Exemples :

3/ Forme factorisée

Propriété

Un polynôme de degré deux admet au plus deux racines.

- Si le trinôme admet deux racines réelles x_1 et x_2 , la forme factorisée est :
 $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
- Si le trinôme admet une seule racine x_0 , la forme factorisée est :
 $f(x) = a(x - x_0)^2$.

4/ Somme et produit des racines

Propriété

Soit f un trinôme défini sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ qui admet deux racines distinctes x_1 et x_2 . Alors :

- la somme des racines est : $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$.
- le produit des racines est : $P = x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$.

Exemples :

Démo :

5/ Forme canonique

Propriété

Toute fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

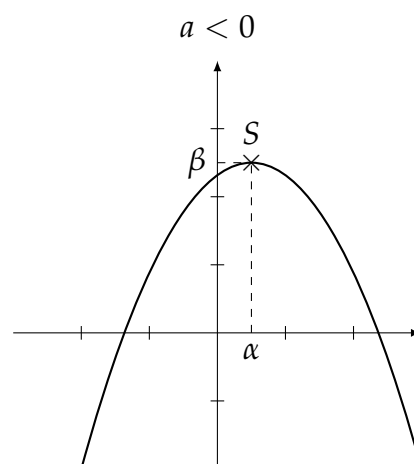
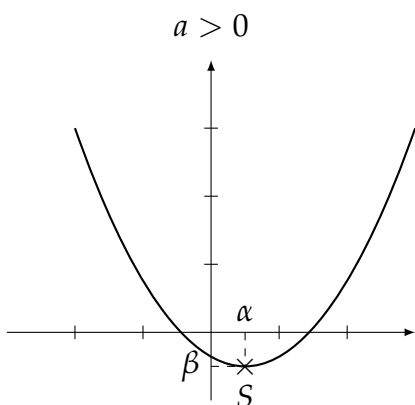
avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

Cette forme est appelée la forme canonique de f .

Exemple :

Propriété

La représentation graphique d'une fonction polynôme de degré deux est une parabole. Sa forme canonique donne les coordonnées du sommet $S(\alpha; \beta)$.



Méthode

Complétion du carré : $f(x) = x^2 + 2ax = (x + a)^2 - a^2$

Exemples :