CHAPITRE

1 Croissance linéaire

Suites arithmétiques et fonctions affines

Ce qu'il faut savoir faire :

1/ Suites Numériques (Modèle discret)

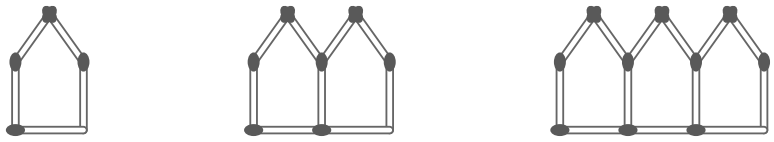
Définition

Une suite numérique est une fonction de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$.
L'image de l'entier n par la suite est notée $u(n)$, appelé **terme d'indice** n de la suite.
Cette suite est notée (u_n) ou encore u.

$$n \longrightarrow \boxed{u} \longrightarrow u(n)$$

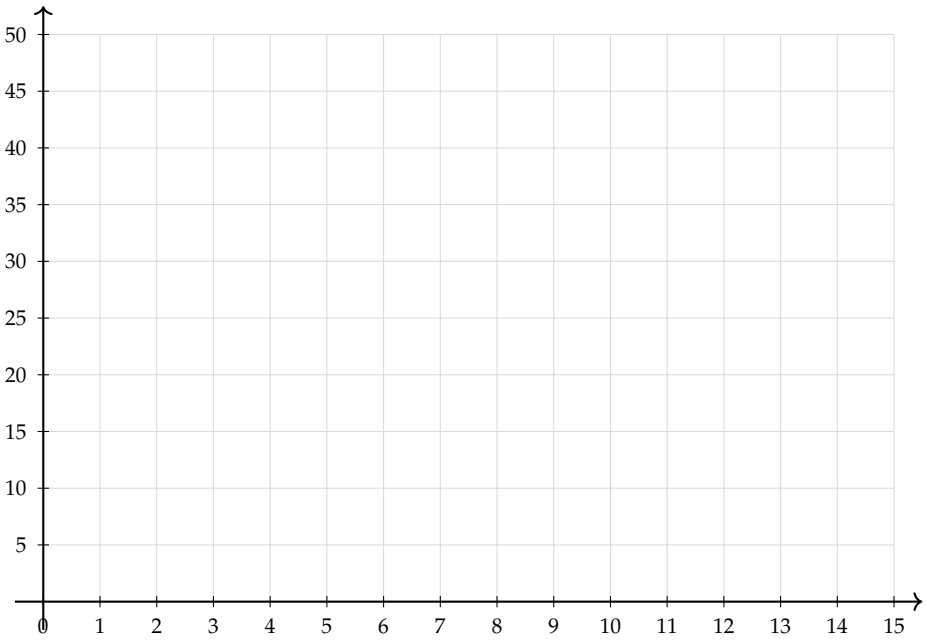
Exemple :

Étape n°1 Étape n°2 Étape n°3



On obtient ainsi une liste ordonnée de nombres réels :

$u(1)$	$u(2)$	$u(3)$	$u(4)$	$u(5)$	$u(6)$	$u(7)$	$u(8)$	$u(9)$	$u(10)$	.....
										.....



Forme par récurrence :

Forme explicite :

Définition

Soit (u_n) une suite définie à partir d'un rang $n_0 \in \mathbb{N}$.
On dit que cette suite est :

- **croissante** si et seulement si pour tout entier $n \geq n_0$, $u(n) \leq u(n+1)$.
- **décroissante** si et seulement si pour tout entier $n \geq n_0$, $u(n+1) \leq u(n)$.

On appelle **monotonie** ces variations d'une suite.

Exemples :

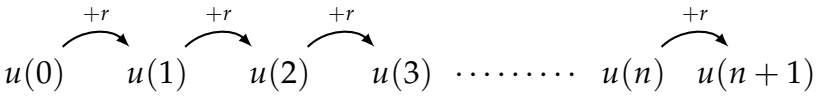
2/ Suite Arithmétique

Définition

Une suite (u_n) est dite **arithmétique** de raison r et de premier terme $u(0)$ lorsqu'elle est définie par :

$$\begin{cases} u(0) \\ u(n+1) = u(n) + r \end{cases}$$

- On passe d'un terme quelconque au suivant en ajoutant r (qui peut être négatif).
- Forme explicite : $u(n) = u(0) + n \times r$.



Exemple :

$$\begin{cases} u(0) = 20 \\ u(n+1) = u(n) - 5 \end{cases}$$

Variations d'une suite arithmétique

Le sens de variation d'une suite arithmétique dépend du signe de sa raison :

- Si sa raison est positive la suite est **croissante**.
- Si sa raison est négative la suite est **décroissante**.

Exemples :

3/ Notation simplifiée

Notation

On note plus simplement u_n le terme de rang n d'une suite u.

Exemples :

4/ Fonctions affines (Modèle continu)

Définition

Une fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ est une fonction de la forme :

$$f(x) = ax + b$$

où a est le **coefficient directeur** et b l'**ordonnée à l'origine**.

Taux d'accroissement et sens de variation

Le taux d'accroissement d'une fonction affine est constant et égal à son coefficient directeur a :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

- Si $a > 0$, la fonction f est **croissante**.
- Si $a < 0$, la fonction f est **décroissante**.
- Si $a = 0$, la fonction f est **constante**.

Signe de $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$

L'expression $ax + b$ s'annule pour $x = -\frac{b}{a}$. Son signe dépend du signe du coefficient directeur a :

- **Si** $a > 0$ (fonction croissante) : la fonction est négative avant la racine, puis positive.
- **Si** $a < 0$ (fonction décroissante) : la fonction est positive avant la racine, puis négative.

Exemples :

Représentation graphique d'une fonction affine

La représentation graphique d'une fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est une **droite**.

- Le nombre a est le **coefficient directeur** de la droite (il indique l'inclinaison ou la pente).
- Le nombre b est l'**ordonnée à l'origine** de la droite (la droite coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0, b)$).

Exemple à tracer : Tracer les représentations graphiques des fonctions $f(x) = 2x - 3$ et $g(x) = -x + 2$.

